Chcite dôkaz namiesto sľubov!

Jakub Kováč

Absolventská prednáška, 25.10.2010

Pál Erdos

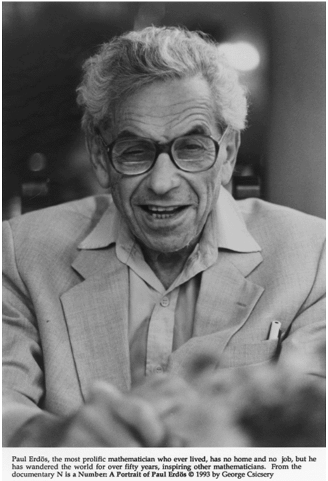
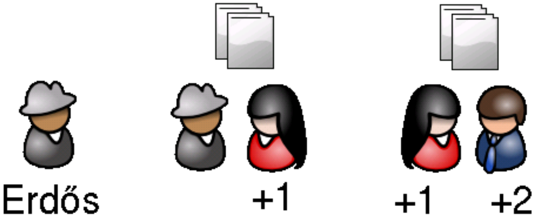


Figure: Pál Erdős (1913–1996)

Erdosovo číslo



Erdosovo číslo

An Application of Graph Theory to Additive Number Theory

NOGA ALON* AND P. ERDÖS

A sequence of integers $A = \{a_1 < a_2 < \cdots < a_n\}$ is a $B_2^{(k)}$ sequence if the number of representations of every integer as the sum of two distinct a_is is at most k. In this note we show that every $B_2^{(k)}$ sequence of n terms is a union of $c_2^{(k)} \cdot n^{1/3}$ $B_2^{(1)}$ sequences, and that there is a $B_2^{(k)}$ sequence of n terms which is not a union of $c_1^{(k)} \cdot n^{1/3}$ $B_2^{(1)}$ sequences. This solves a problem raised in [3, 4]. Our proof uses some results from extremal graph theory. We also discuss some related problems and results.

Ordinal Embeddings of Minimum Relaxation: General Properties, Trees, and Ultrametrics

NOGA ALON
Tel Aviv University
MIHAI BĂDOIU
Google Inc.
ERIK D. DEMAINE
MIT
MARTIN FARACH-COLTON
Rutgers University
MOHAMMADTAGHI HAJIAGHAYI
AT&T Labs — Research
and
ANASTASIOS SIDIROPOULOS
MIT

Abstract. We introduce a new notion of embedding, called *minimum-relaxation ordinal embedding*, parallel to the standard notion of minimum-distortion (metric) embedding. In an ordinal embedding, it is the relative order between pairs of distances, and not the distances themselves, that must be preserved as much as possible. The (multiplicative) relaxation of an ordinal embedding is the maximum ratio between two distances whose relative order is inverted by the

Erdosovo číslo

Finding Hidden Independent Sets in Interval Graphs

Therese Biedl[1], Broňa Brejová[1], Erik D. Demaine[2], Angèle M. Hamel[3], Alejandro López-Ortiz[1], Tomáš Vinař[1]

[1] School of Computer Science, University of Waterloo, Waterloo, ON N2L 3G1, Canada, {biedl,bbrejova,alopez-ortiz,tvinar}@uwaterloo.ca
[2] MIT Laboratory for Computer Science, 200 Technology Square, Cambridge, MA 02139, USA, edemaine@mit.edu
[3] Department of Physics and Computing, Wilfrid Laurier University, Waterloo, ON, N2L 3C5, Canada, ahamel@wlu.ca

Abstract

We design efficient competitive algorithms for discovering hidden information using few queries. Specifically, consider a game in a given set of intervals (and their implied interval graph G) in which our goal is to discover an (unknown) independent set X by making the fewest queries of the form "Is point p covered by an interval in X?" Our interest in this problem stems from two applications: experimental gene discovery with PCR technology and the game of Battleship (in a 1-dimensional setting). We provide adaptive algorithms for both the verification scenario (given an independent

Erdosovo číslo

Predicting Gene Structures from Multiple RT-PCR Tests (Extended Abstract)

Jakub Kováč[1], Tomáš Vinař[2], and Broňa Brejová[1]

[1] Department of Computer Science, Comenius University, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava, Slovakia, e-mail: kuko@ksp.sk, brejova@dcs.fmph.uniba.sk
[2] Department of Applied Informatics, Comenius University, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava, Slovakia, e-mail: vinar@ii.fmph.uniba.sk

Abstract. It has been demonstrated that the use of additional information such as ESTs and protein homology can significantly improve accuracy of gene prediction. However, many sources of external information are still being omitted from consideration. Here, we investigate the use of product lengths from RT-PCR experiments in gene finding. We present hardness results and practical algorithms for several variants of the problem. We also apply our methods to a real RT-PCR data set in the *Drosophila* genome. We conclude that the use of RT-PCR data sets

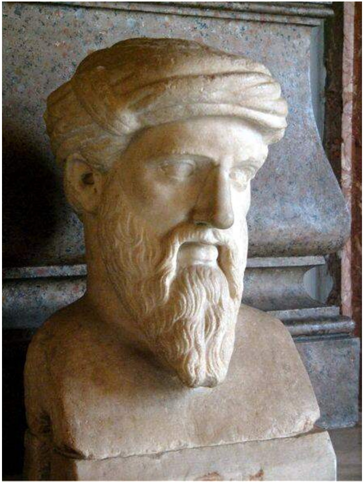


Figure: Pytagoras (asi 570-495 p.n.l.)

Pytagorova veta

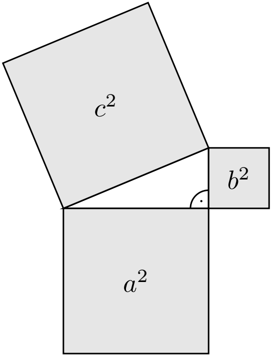


Figure: $a^2 + b^2 = c^2$

Dôkaz

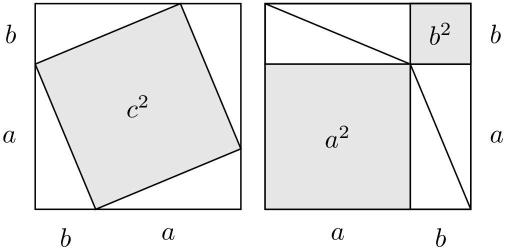
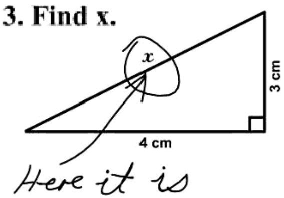


Figure: Dôkaz

Na čo?

Na čo to je dobré?

Na čo to je dobré?



Na čo?

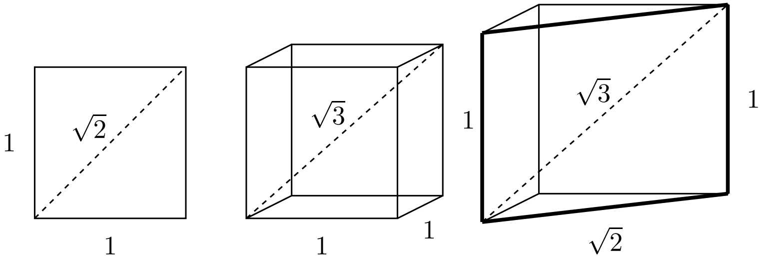


Figure: Uhlopriečky

Na čo?

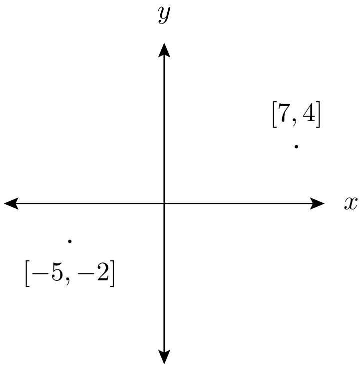


Figure: Aká je vzdialenosť bodov $[-5,-2]$ a $[7,4]$?

Na čo?

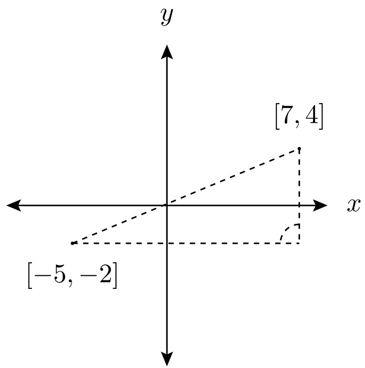


Figure: Vzdialenosť v 2D: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

Na čo?

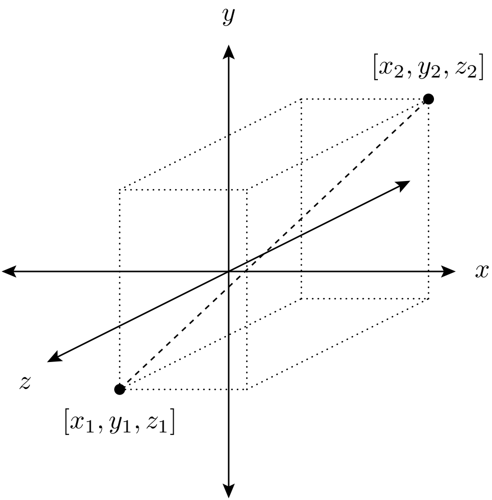


Figure: Vzdialenosť v 3D: $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

$\sqrt{2}$

1.41421356237309504880168872420969807856967187537694807317667973799073247846 21
07038850387534327641572735013846230912297024924836055850737212644121497099935831
41322266592750559275579995050115278206057147010955997160597027453459686201472851
74186408891986095523292304843087143214508397626036279952514079896872533965463318
08829640620615258352395054745750287759961729835575220337531857011354374603408498
84716038689997069900481503054402779031645424782306849293691862158057846311159666
87130130156185689872372352885092648612494977154218334204285686060146824720771435
85487415565706967765372022648544701585880162075847492265722600208558446652145839
88939443709265918003113882464681570826301005948587040031864803421948972782906410
45072636881313739855256117322040245091227700226941127573627280495738108967504018
36986836845072579936472906076299694138047565482372899718032680247442062926912485
90521810044598421505911202494413417285314781058036033710773091828693147101711116
83916581726889419758716582152128229518488472089694633862891562882765952635140542
26765323969461751129160240871551013515045538128756005263146801712740265396947024
03005174953188629256313851881634780015693691768818523786840522878376293892143006
55869568685964595155501644724509836896036887323114389415576651040883914292338.....

číslo $\sqrt{2}$ je iracionálne

Príprava

- Každý zlomok sa dá postupne vykrátiť až do tzv. základného tvaru, kde čitateľ a menovateľ nemajú žiadneho spoločného deliteľa
- Párne čísla sú práve tie, ktoré sa dajú napísať ako dvakrát *niečo*.
- Čísla x a x^2 majú *rovnakú paritu*

  špeciálne ak je x^2 párne, tak aj x musí byť párne

Príprava

- Každý zlomok sa dá postupne vykrátiť až do tzv. základného tvaru, kde čitateľ a menovateľ nemajú žiadneho spoločného deliteľa
- Párne čísla sú práve tie, ktoré sa dajú napísať ako dvakrát *niečo.*
- Čísla x a x^2 majú *rovnakú paritu*

  špeciálne ak je x^2 párne, tak aj x musí byť párne

Príprava

- Každý zlomok sa dá postupne vykrátiť až do tzv. základného tvaru, kde čitateľ a menovateľ nemajú žiadneho spoločného deliteľa
- Párne čísla sú práve tie, ktoré sa dajú napísať ako dvakrát *niečo.*
- Čísla x a x^2 majú *rovnakú paritu*

  špeciálne ak je x^2 párne, tak aj x musí byť párne

Príprava

- Každý zlomok sa dá postupne vykrátiť až do tzv. základného tvaru, kde čitateľ a menovateľ nemajú žiadneho spoločného deliteľa
- Párne čísla sú práve tie, ktoré sa dajú napísať ako dvakrát *niečo.*
- Čísla x a x^2 majú *rovnakú paritu*

  špeciálne ak je x^2 párne, tak aj x musí byť párne

Ďalšie iracionálne čísla

- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \ldots$
- $1+\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}, 3+\sqrt{2}, \ldots$
- $2\sqrt{2}, 100\sqrt{3}, \ldots$
- $\pi, \pi^2, e, e^q, \ldots$
- $\pi+e, \pi-e, \pi\cdot e, \pi/e, \pi^e, \ldots$???

Ďalšie iracionálne čísla

- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \ldots$
- $1+\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}, 3+\sqrt{2}, \ldots$
- $2\sqrt{2}, 100\sqrt{3}, \ldots$
- $\pi, \pi^2, e, e^q, \ldots$
- $\pi+e, \pi-e, \pi\cdot e, \pi/e, \pi^e, \ldots$???

Ďalšie iracionálne čísla

- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \ldots$
- $1+\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}, 3+\sqrt{2}, \ldots$
- $2\sqrt{2}, 100\sqrt{3}, \ldots$
- $\pi, \pi^2, e, e^q, \ldots$
- $\pi+e, \pi-e, \pi\cdot e, \pi/e, \pi^e, \ldots$???

Ďalšie iracionálne čísla

- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \dots$
- $1+\sqrt{2}, 2+\sqrt{2}, 3+\sqrt{2}, \dots$
- $2\sqrt{2}, 100\sqrt{3}, \dots$
- $\pi, \pi^2, e, e^q, \dots$
- $\pi+e, \pi-e, \pi\cdot e, \pi/e, \pi^e, \dots$???

Ďalšie iracionálne čísla

- $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{10}, \sqrt{11}, \dots$
- $1 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}, 3 + \sqrt{2}, \dots$
- $2\sqrt{2}, 100\sqrt{3}, \dots$
- $\pi, \pi^2, e, e^q, \dots$
- $\pi + e, \pi - e, \pi \cdot e, \pi / e, \pi^e, \dots$???

Georg Cantor

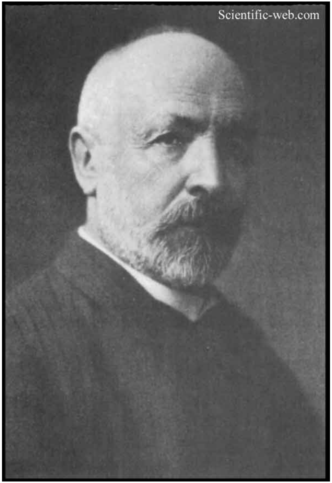
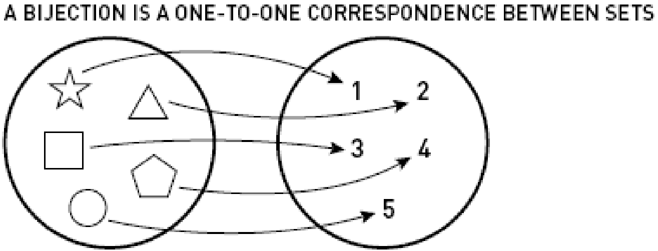
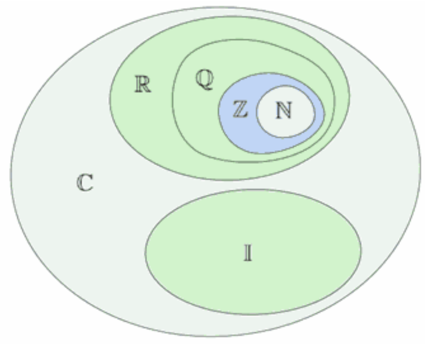


Figure: Georg Ferdinand Ludwig Philipp Cantor (1845-1918)

Veľkosť množiny



Čísla



Celých čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

$$\ldots -5 \quad -4 \quad -3 \quad -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \ldots$$

Celých čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & & 1 & & & & & \\ \ldots -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5\ldots \end{array}$$

Celých čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & & 1 & 2 & & & & \\ \ldots -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5\ldots \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & 3 & 1 & 2 & & & & \\ \ldots -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5\ldots \end{array}$$

Celých čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

$$\begin{array}{ccccccccccc} & & & & 3 & 1 & 2 & 4 & & & \\ \ldots -5 & -4 & -3 & -2 & -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5\ldots \end{array}$$

Celých čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

			5	3	1	2	4			
$\ldots -5$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	$5\ldots$

Celých čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

...11	9	7	5	3	1	2	4	6	8	10...
...−5	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5...

Racionálnych čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

$1/1 \quad 1/2 \quad 1/3 \quad 1/4 \quad 1/5 \quad 1/6 \quad 1/7 \quad 1/8 \quad \ldots$

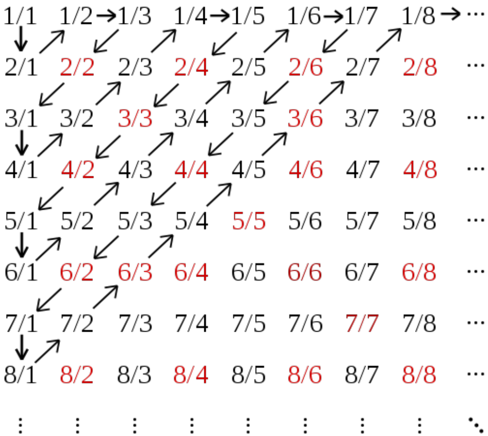
Racionálnych čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	...
2/1	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6	2/7	2/8	...

Racionálnych čísiel je rovnako veľa ako prirodzených

1/1	1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	...
2/1	2/2	2/3	2/4	2/5	2/6	2/7	2/8	...
3/1	3/2	3/3	3/4	3/5	3/6	3/7	3/8	...
4/1	4/2	4/3	4/4	4/5	4/6	4/7	4/8	...
5/1	5/2	5/3	5/4	5/5	5/6	5/7	5/8	...
6/1	6/2	6/3	6/4	6/5	6/6	6/7	6/8	...
7/1	7/2	7/3	7/4	7/5	7/6	7/7	7/8	...
8/1	8/2	8/3	8/4	8/5	8/6	8/7	8/8	...
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$

Racionálnych čísiel je rovnako veľa ako prirodzených



$$
\begin{array}{c|cccccc}
1 & 0.3 & 1 & 4 & 1 & 5 & 9\ldots \\
2 & 0.1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6\ldots \\
3 & 0.4 & 4 & 4 & 4 & 4 & 4\ldots \\
4 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\ldots \\
5 & 0.2 & 7 & 1 & 8 & 2 & 7\ldots \\
6 & 0.3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3\ldots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{array}
$$

Reálnych čísiel je viac ako prirodzených

$$
\begin{array}{c|cccccc}
1 & 0.\mathbf{3} & 1 & 4 & 1 & 5 & 9\dots \\
2 & 0.1 & \mathbf{2} & 3 & 4 & 5 & 6\dots \\
3 & 0.4 & 4 & \mathbf{4} & 4 & 4 & 4\dots \\
4 & 0.1 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0\dots \\
5 & 0.2 & 7 & 1 & 8 & \mathbf{2} & 7\dots \\
6 & 0.3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \mathbf{3}\dots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{array}
$$

$0.324023\dots$

Reálnych čísiel je viac ako prirodzených

$$
\begin{array}{c|cccccc}
1 & 0.\mathbf{3} & 1 & 4 & 1 & 5 & 9\ldots \\
2 & 0.1 & \mathbf{2} & 3 & 4 & 5 & 6\ldots \\
3 & 0.4 & 4 & \mathbf{4} & 4 & 4 & 4\ldots \\
4 & 0.1 & 0 & 0 & \mathbf{0} & 0 & 0\ldots \\
5 & 0.2 & 7 & 1 & 8 & \mathbf{2} & 7\ldots \\
6 & 0.3 & 3 & 3 & 3 & 3 & \mathbf{3}\ldots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots
\end{array}
$$

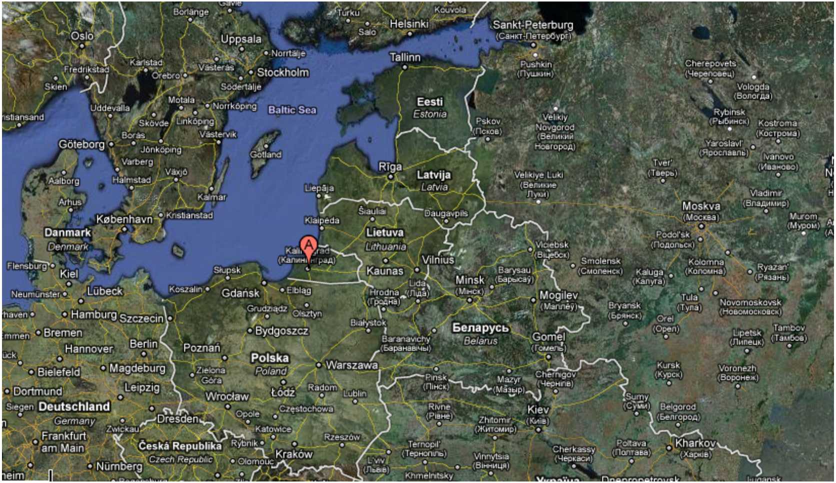
0.324023...

0.435134...

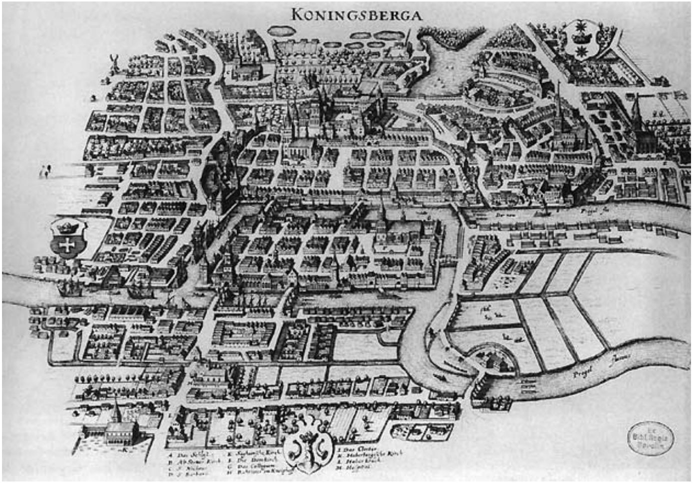
Euler

Figure: Leonhard Euler (1707–1783)

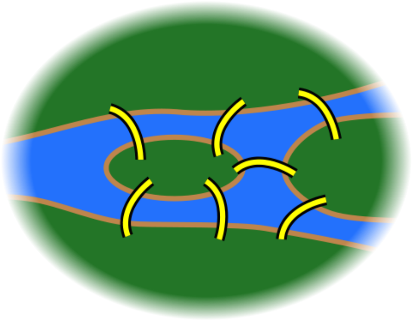
Kaliningrad



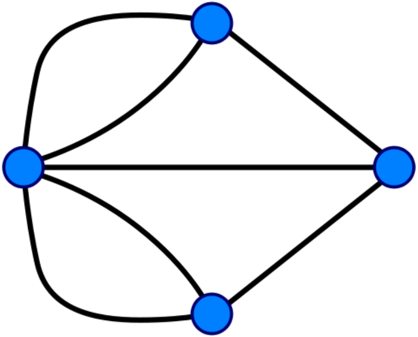
Konigsberg



Konigsberg



Konigsberg



Kreslenie jedným ťahom

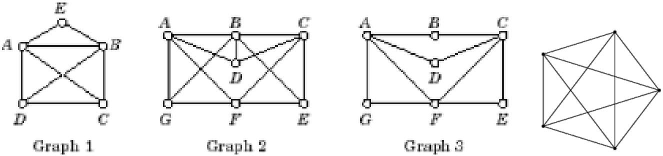


Figure: Ktoré z týchto obrázkov sa dá nakresliť jedným ťahom?

Kreslenie troma ťahmi

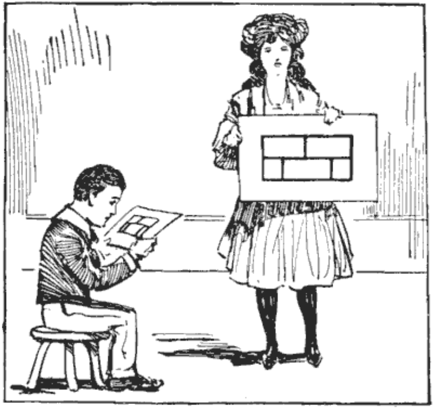


Figure: Dá sa tento obrázok nakresliť troma ťahmi?

Kreslenie jedným(a viac) ťahmi

- predpokladáme, že všetky obrázky sú "súvislé"
- kedy sa dá obrázok nakresliť jedným ťahom tak, že skončíme tam, kde sme začali?
- kedy sa dá obrázok nakresliť jedným ťahom?
- koľkými ťahmi sa dá nakresliť daný obrázok?

Zhrnutie

- Pytagorova veta
- $\sqrt{2}$ je iracionálne číslo
- $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| < |\mathbb{R}|$
- kreslenie k ťahmi

Zhrnutie - oblasti matematiky

- Pytagorova veta - Geometria
- $\sqrt{2}$ je iracionálne číslo - Teória čísiel
- $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| < |\mathbb{R}|$ - Teória množín
- kreslenie k ťahmi - Teória grafov

Zhrnutie - použité metódy

- Pytagorova veta - obrázkový dôkaz
- $\sqrt{2}$ je iracionálne číslo - dôkaz sporom
- $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| < |\mathbb{R}|$ - diagonalizácia
- kreslenie k ťahmi - redukcia

- Pytagorova veta - počítanie vzdialeností
- $\sqrt{2}$ je iracionálne číslo - ?? ale bola by škoda to nevedieť :)
- $|\mathbb{N}| = |\mathbb{Z}| = |\mathbb{Q}| < |\mathbb{R}|$ - nerozhodnuteľné problémy
- kreslenie k ťahmi - skladanie genómu